

CHƯƠNG 2

GIÁ TRỊ CỦA ĐỒNG TIỀN THEO THỜI GIAN

Đồng đô la hôm nay giá trị hơn đồng đô la ngày mai. Điều này có nghĩa là đồng tiền có giá trị theo thời gian. Trong chương 2 chúng ta sẽ xem xét giá trị theo thời gian của đồng tiền để đánh giá đúng kết quả của các phương án đầu tư, đặc biệt là đầu tư vào chứng khoán.

2.1. GIÁ TRỊ TƯƠNG LAI CỦA MỘT KHOẢN TIỀN HIỆN TẠI

Như chúng ta đã biết, đồng tiền sẽ sinh lời theo thời gian. Một khoản đầu tư có thể tăng sau một thời gian do được hưởng lãi suất. Lý thuyết tài chính giả định mọi khoản tiền nhận rồi luôn luôn được quay vòng để sinh lợi, do đó tất cả những khoản lãi suất nhận được cũng liên tục được tái đầu tư ngay. Chẳng hạn, nếu đầu tư một khoản vốn ban đầu (ký hiệu là PV) trong một năm với lãi suất r_1 , nhận lãi cùng với gốc và kết quả nhận được sau 1 năm ký hiệu là FV ($1, r_1$) thì:

$$FV(1, r_1) = PV \times (1 + r_1)$$

Cũng với ví dụ trên nhưng thay vì nhận lãi cùng gốc thì ta được nhận lãi làm 2 kỳ, tức là sau 6 tháng một lần. Điều này có nghĩa sau 6 tháng ta nhận được một khoản lãi đầu tiên. Giả định rằng khoản lãi này lại được tái đầu tư theo lãi suất như cũ thì kết quả đầu tư sau 1 năm là sẽ là:

$$FV(n, r_1) = PV \times (1 + r_1/2)^2$$

Nếu khoản vốn trên đầu tư trong n năm, lãi suất các năm tương ứng là $r_1, r_2, \dots, r_n$, nhận lãi định kỳ hàng năm và FV($n; r_1, r_2 \dots r_n$) là giá trị cuối kỳ thì công thức tổng quát như sau:

$$FV(n, r_1 r_2 \dots r_n) = PV \times (1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_n) \quad (1.1)$$

Lưu ý: công thức trên đây có được với điều kiện các khoản lãi liên tục được tái đầu tư.

Ví dụ: Gửi 10.000.000 đ với lãi suất năm thứ nhất là 5%; năm thứ 2 là 7%; năm thứ 3 là 8%, nhận lãi hàng năm, thì số tiền nhận được sau 3 năm là bao nhiêu?

Nếu lãi suất không đổi qua các năm: $r_1 = r_2 = \dots = r_n = r$ thì:

$$FV(n, r) = PV \times (1 + r)^n \quad (1.2)$$

Trong đó:

$FV(n, r)$ = Giá trị cuối kỳ.

n = Số năm.

r = lãi suất năm (%).

PV = giá trị ban đầu.

Ví dụ: Giả sử ta có 1 khoản tiền là 10.000.000 đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất cố định là $r = 5\%$ năm, khi đó:

Thời kỳ (năm)	Trị giá
0	10.000.000
1	$10.000.000 \times 1,05^1 = 10.500.000$
2	$10.000.000 \times 1,05^2 = 11.025.000$
3	$10.000.000 \times 1,05^3 = 11.576.000$
4	$10.000.000 \times 1,05^4 = 12.155.000$
5	$10.000.000 \times 1,05^5 = 12.763.000$

Ví dụ 2: Gửi tiết kiệm 2.000.000 đồng, với lãi suất 12% trong vòng 3 năm, trả lãi định kỳ hàng năm, thì sau 3 năm số tiền nhận được là:

$$FV(3, 12\%) = 2.000.000 \times (1 + 0,12)^3 = 2.809.856 \text{ đồng.}$$

Nếu như được trả lãi định kỳ dưới một năm thì công thức 1.2 trên đây vẫn được áp dụng, nhưng n sẽ là tổng số kỳ trả lãi (= số năm x số kỳ trả lãi trong năm) và r là lãi suất của một kỳ (= lãi suất năm/số kỳ trả lãi trong năm). Một số trường hợp cụ thể như sau:

Nếu khoản gửi tiết kiệm của ta với lãi suất $r\%$ năm, nhưng trả 12 kỳ trong năm (trả trong tháng), thì số tiền của ta có đến cuối năm thứ n là:

$$FV(n, r) = PV \times (1 + r/12)^{12 \times n}$$

Nếu khoản tiết kiệm trên trả theo ngày trong năm thì:

$$FV(n, r) = PV \times (1 + r/365)^{365 \times n}$$

Tổng quát hoá nếu khoản tiết kiệm trên trả theo m kỳ trong năm thì:

$$FV(n, r) = PV \times (1 + r/m)^{n \times m}$$

Nếu $m \rightarrow \infty$ thì $\lim_{m \rightarrow \infty} FV(n, r) = \lim_{m \rightarrow \infty} PV \times (1 + r/m)^{nm} = PV \times e^r$

$$FV(n, r) = PV \times e^{nr}$$

Trong đó $e = 2,718281828$, n là số năm gửi:

Ví dụ 3: Hãy so sánh kết quả của việc tiết kiệm 1.000.000đ sau 1 năm theo 2 phương án:

- Lãi suất 16% năm, trả 1 lần.
- Lãi suất 16% năm, trả 2 lần trong năm.

Ví dụ 4: Chúng ta hãy xem bảng tổng kết kết quả tính toán với lãi suất 10% như sau:

LÃI SUẤT TRẢ NHIỀU KỲ TRONG NĂM

Kỳ trả	Số lần trả	Mức lãi suất năm tính ra
Năm	1	10%
Quý	4	10,38129%
Tháng	12	10,47131%
Tuần	52	10,50648%
Ngày	356	10,51558%
Giờ	7.860	10,51703%
Phút	525.600	10,51709%

Nếu tăng lên vô hạn:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (1 + r/m)^m = e^r, \text{ với } e = 2,718281828.$$

$$\Rightarrow e^{0,1} = 1,105170918.$$

- Nếu chúng ta tính theo tháng thì công thức 1.2 biến đổi như sau:

$$FV(n, r) = PV(1 + r)^{n/12} \quad (1.3)$$

Trong đó:

FV(n, r) = Giá trị cuối kỳ.

n = Số tháng gửi.

r = lãi suất năm (%)

PV = giá trị ban đầu.

Ví dụ 5: Giả sử gửi 10.000.000 đ trong vòng 14 tháng, với lãi suất 9% năm. Thì số tiền cuối kỳ là bao nhiêu?

Nếu chúng ta tính theo ngày thì công thức (1.2) biến đổi như sau:

$$FV(n, r) = PV (1 + r)^{n/365}$$

Trong đó:

FV = Giá trị cuối kỳ

n = Số ngày gửi.

r = lãi suất năm (%)

PV = giá trị ban đầu

Ví dụ 6: Nếu gửi tiết kiệm 10.000.000 với lãi suất 9% năm và sau 500 ngày rút ra, số tiền thu được là bao nhiêu?

Để tiện cho việc tính toán, người ta đã tính sẵn bảng giá trị tại một thời điểm trong tương lai của 1 đồng tiền hiện tại. Ký hiệu FV1(n, r) với PV = 1, khi đó:

$$FV1(n, r) = 1 \times (1 + r)^n \quad (1.5)$$

Xem phụ biểu 1.

Chúng ta có thể quy lãi suất theo kỳ ngắn hạn hơn thành lãi suất kỳ dài hạn hơn.

Ví dụ 7: Nếu lãi suất 4 tháng là 3% thì lãi suất năm là bao nhiêu?

Lãi suất 1 ngày là 1%, thì lãi suất năm là bao nhiêu? Lãi suất tháng là 0,9% thì lãi suất năm là bao nhiêu?

Lãi suất bao gồm lãi cơ bản và lãi của lãi (hay lãi mẹ đẻ lãi con). Về lâu dài lãi của lãi rất đáng kể vì chúng tăng theo cấp số nhân. Ví dụ: Với số tiền

đầu tư ban đầu bằng 1 đ thì kết quả nhận được sau một số năm tương ứng với các mức lãi suất thể hiện ở bảng thống kê sau:

Số năm	1%	3%	5%
1	1,01	1,03	1,05
10	1,10	1,34	1,63
100	2,70	19,22	131,50
500	144,77	2.621.877,23	39.223.261.827,22

Lãi cơ bản của 3%, gửi 500 năm là: $1\text{đ} \times 3\% \times 500 = 15\text{đ}$, tức là khoản tiền sau 500 năm nhận được chỉ có 16đ ($=15 + 1$) so với 2.621.877,23đ thu được nếu tính cả lãi của lãi như phương án nêu trên đây.

2.2. GIÁ TRỊ HIỆN TẠI CỦA MỘT KHOẢN TIỀN TRONG TƯƠNG LAI

Từ công thức (1.1) suy ra:

$$PV = \frac{FV(n, r)}{(1 + r_1) \times (1 + r_2) \dots \times (1 + r_n)} \quad (1.6)$$

Ví dụ 8: Nếu ta sẽ nhận một khoản tiền 1.000.000 đ vào 3 năm sau và lãi suất của 3 năm đó lần lượt là 6,7 và 8% thì khoản tiền đó đáng giá hiện tại là bao nhiêu?

Như vậy đẳng thức (1.1) mô tả và cho biết giá trị tương lai của một khoản đầu tư hiện tại và đẳng thức (1.6) cho biết giá trị hiện tại của một khoản tiền sẽ nhận về trong tương lai.

Từ công thức (1.2) (lãi suất cố định) suy ra:

$$PV = \frac{FV(n, r)}{(1 + r)^n} \quad (1.7)$$

Ví dụ 9: Mười năm sau ta được thừa kế một tài sản là 500.000.000đ. Khoản tiền đó đáng bao nhiêu tại thời điểm hiện tại, nếu lãi suất là 10%?

Trong trường hợp lãi suất tính theo kỳ thì công thức trên đây được áp dụng với r là lãi suất một kỳ (= lãi suất năm/số kỳ trong năm) và n là tổng số kỳ (= số năm x số kỳ trong năm).

Công thức (1.3) (thời gian tính theo tháng):

$$PV = \frac{FV(n, r)}{(1 + r)^{n/12}} \quad (1.8)$$

Ví dụ 10: Nếu lãi suất 12% năm thì tôi sẽ được hưởng một khoản thừa kế là 11.000.000đ sau 15 tháng (n) nữa. Giá trị hiện tại của số tiền đó là bao nhiêu?

Công thức (1.3) (thời gian tính theo ngày)

$$PV = \frac{FV(n, r)}{(1 + r)^{n/365}} \quad (1.9)$$

Ví dụ 11: Nếu lãi suất 12% năm và ta sẽ được hưởng một khoản thừa kế là 100 triệu đồng sau 450 ngày nữa. Giá trị hiện tại của số tiền đó là bao nhiêu?

Để tiện cho việc tính toán, người ta đã tính sẵn bảng giá trị hiện tại của 1 đ tại một thời điểm trong tương lai. Ký hiệu $PV(1, r)$ với $FV = 1$.

Ví dụ 12: Xem phụ biểu 2.

$$PV1(n, r) = \frac{1}{(1 + r)^n} \quad (1.10)$$

2.3. GIÁ TRỊ TẠI THỜI ĐIỂM TRONG TƯƠNG LAI CỦA MỘT DÒNG THU NHẬP TRƯỚC ĐÓ

Nếu ta có một dòng thu nhập đều đặn là C đ vào thời điểm cố định nào đó trong năm 1, 2 và 3 (với lãi suất cố định $r\%/năm$), thì tại thời điểm ta nhận khoản thu nhập cố định trên vào năm cuối thì giá trị của cả dòng thu nhập là:

$$FVA(3, r) = C(1 + r)^0 + C(1 + r)^1 + C(1 + r)^2$$

Nếu thời gian là n năm thì:

$$FVA(n, r) = C[(1 + r)^0 + (1 + r)^1 + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^{n-1}] = \sum_{i=0}^{n-1} (1 + r)^i$$

$$FVA(n, r) = C \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] \quad (1.11)$$

Để tiện cho việc tính toán, người ta đã tính sẵn bảng giá trị tại thời điểm trong tương lai của khoản định kỳ 1\$ (xem phụ lục biểu 4)

Ví dụ 13: Có một trái phiếu trả lãi coupon 10.000đ vào cuối mỗi năm. Giá trị của dòng coupon này tại thời điểm nhận coupon thứ 4 (sau 4 năm) là bao nhiêu với lãi suất 10%.

Nếu lãi suất các năm là không đều thì:

$$FVA(n, r) = C[(1+r_n)^0 + (1+r_{n-1})^1 + (1+r_{n-2})^2 + \dots + (1+r_1)^{n-1}]$$

2.4. GIÁ TRỊ HIỆN TẠI CỦA DÒNG THU NHẬP TRONG TƯƠNG LAI (ANNUITIES)

Nếu trong 3 năm tới cứ đến sinh nhật ta nhận được một món tiền là: FV đ. Các món tiền này sẽ có giá trị như thế nào tại thời điểm hiện tại? Với lãi suất là r_1, r_2, r_3 % năm cho các thời kỳ 1,2,3 năm tương ứng.

$$PVA(3, r_1, r_2, r_3 \%) = \frac{FV}{(1+r_1)^1} + \frac{FV}{(1+r_2)^2} + \frac{FV}{(1+r_3)^3}$$

Nếu $r_1 = r_2 = r_3$ thì:

$$PVA(3, r_1, r_2, r_3 \%) = FV \times \left(\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^3} \right)$$

Nếu n năm công thức trên sẽ thành:

$$\begin{aligned} PVA(3, r_1, r_2, r_3 \%) &= FV \times \left(\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots + \frac{1}{(1+r)^n} \right) = \\ &= FV \sum \frac{1}{(1+r)^n} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Ví dụ 14: Nếu lãi suất thị trường là 10% và trong vòng 10 năm tới cứ mỗi năm đến ngày sinh nhật ông bố cho người con 100.000 đ, thì giá trị hiện tại của toàn bộ dòng tiền đó là bao nhiêu?

$$PVA(n, r) = FV \times \left[\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \right] = FV \times \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^n} \right] \quad (1.13)$$

Nếu $n \rightarrow \infty$ thì $\lim_{n \rightarrow \infty} FV(\infty, r) = \lim FV(1/r - 1/(r(1+r))) = FV \times 1/r$

$$PVA(\infty, r) = \frac{FV}{r} \quad (1.14)$$

Để tiện cho việc tính toán người ta đã tính sẵn giá trị hiện tại của 1 dãy thu nhập cố định là 1đ, tức là trường hợp $FV = 1$ trong công thức (1.11). Khi đó:

$$PVA1(n, r) = \left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots + \frac{1}{(1+r)^n} \right] = \sum \frac{1}{(1+r)^n} \quad (1.15)$$